

Algèbre Relationnel

Sommaire

I.	Introduction.....	2
II.	Opérateurs unaires.....	2
A.	La projection :.....	2
B.	La sélection (ou restriction):.....	3
III.	Opérateurs binaires ensemblistes.....	4
A.	Union :	4
B.	Intersection :	5
C.	Différence :	6
IV.	Opérateurs n-aires.....	7
A.	Produit cartésien :	7
B.	Jointure :	8
C.	Division cartésienne :	9
V.	Fonctions d'agrégation.....	10

I. Introduction

L'algèbre relationnelle a été inventée par E. Codd comme une collection d'opérations formelles qui agissent sur des relations et produisent des relations en résultats. On peut considérer que l'algèbre relationnelle est aux relations ce qu'est l'arithmétique aux entiers. Cette algèbre, qui constitue un ensemble d'opérations élémentaires associées au modèle relationnel, est sans doute une des forces essentielles du modèle. Codd a initialement introduit huit opérations, dont certaines peuvent être composées à partir d'autres.

Dans ce chapitre, nous allons classer les opérateurs d'algèbre relationnel selon le nombre des opérandes (ici des relations ou tables) sur lesquels on peut appliquer cet opérateur.

- **Les opérateurs unaires** sont les opérateurs qui, à partir d'une seule relation, en construisent une autre.
- **Les opérateurs binaires ensemblistes** sont des opérateurs qui à partir de deux relations elles en construisent une troisième.
- **Les opérateurs n-aires** sont des opérateurs qui à partir de plusieurs relations elles en construisent une nouvelle.

II. Opérateurs unaires

A. La projection :

Définition :

Opération sur une relation RELATION1 consistant à composer une relation RELATION2 en enlevant à la relation initiale tous les attributs non mentionnés en opérandes (aussi bien au niveau du schéma que des tuples) et en éliminant les tuples en double qui sont conservés une seule fois.

Notation :

$$R2 = \prod_{\text{attributs}} (R1)$$

ou

$$R2 = \text{PROJECTION}(R1 , \text{attributs})$$

Exemples :

Soit la relation suivante : **eleves(num, nom, prenom, age)**

num	nom	prenom	age
1	Kourchi	Khalid	23
2	Essafi	Tarik	22
3	Sahi	Youssef	20
4	Malki	Nada	21
5	Essafi	Noha	22

$$R1 = \prod_{\text{nom}, \text{prenom}} (\text{eleves})$$

La relation résultat R1 est :

nom	prenom
Kourchi	Khalid
Essafi	Tarik
Sahi	Youssef
Malki	Nada
Essafi	Noha

$$R2 = \prod_{\text{nom}} (\text{eleves})$$

La relation résultat R2 est :

nom
Kourchi
Essafi
Sahi
Malki

B. La sélection (ou restriction):

Définition :

Opération sur une relation RELATION1 produisant une relation RELATION2 de même schéma, mais comportant les seuls tuples qui vérifient la condition précisée en argument.

Dans la condition on peut utiliser tous les opérateurs de comparaison et logique déjà vu.
>, >=, <, <=, ≠, et, ou

Notation :

$$R2 = \sigma_{\text{condition}} (R1)$$

ou

$$R2 = \text{SELECTION}(R1, \text{condition})$$

Exemples :

Soit la relation suivante : `eleves(num, nom, prenom, age)`

num	nom	prenom	age
1	Kourchi	Khalid	23
2	Essafi	Tarik	22
3	Sahi	Youssef	20
4	Malki	Nada	21
5	Essafi	Noha	22

$$R1 = \sigma_{\text{age} \geq 22} (\text{eleves})$$

La relation résultat R1 est :

num	nom	prenom	age
1	Kourchi	Khalid	23
2	Essafi	Tarik	22
5	Essafi	Noha	22

$$R2 = \sigma_{\text{nom} = \text{'Essafi'}} (\text{eleves})$$

La relation résultat R2 est :

num	nom	prenom	age
2	Essafi	Tarik	22
5	Essafi	Noha	22

III. Opérateurs binaires ensemblistes

A. Union :

Définition :

Opération portant sur deux relations de même schéma RELATION1 et RELATION2 consistant à construire une relation de même schéma RELATION3 ayant pour tuples ceux appartenant à RELATION1 ou RELATION2 ou aux deux relations.

Notation :

$$R3 = R1 \cup R2$$

ou

$$R3 = \text{UNION}(R1 , R2)$$

Exemples :

Soit la relation suivante : `eleves_sup(num, nom, prenom, age)`

num	nom	prenom	age
1	Kourchi	Khalid	23
2	Essafi	Tarik	22
3	Sahi	Youssef	20
4	Malki	Nada	21
5	Essafi	Noha	22

Et soit la relation suivante : `eleves_spe(num, nom, prenom, age)`

num	nom	prenom	age
6	Rafik	Youssef	21
7	Naya	Ayman	22

$$R3 = \text{eleves_sup} \cup \text{eleves_spe}$$

La relation résultat R3 est :

num	nom	prenom	age
1	Kourchi	Khalid	23
2	Essafi	Tarik	22
3	Sahi	Youssef	20
4	Malki	Nada	21
5	Essafi	Noha	22
6	Rafik	Youssef	21
7	Naya	Ayman	22

B. Intersection :

Définition :

Opération portant sur deux relations de même schéma RELATION1 et RELATION2 consistant à construire une relation de même schéma RELATION3 ayant pour tuples ceux appartenant à la fois à RELATION1 et RELATION2.

Notation :

$$R3 = R1 \cap R2$$

ou

$$R3 = \text{INTERSECTION}(R1 , R2)$$

Exemples :

Soit la relation suivante : eleves_sup(num, nom, prenom, age)

num	nom
1	Kourchi
2	Essafi
3	Sahi
4	Malki
5	Essafi

Et soit la relation suivante : eleves_spe(num, nom, prenom, age)

num	nom
1	Sahli
2	Essafi
3	Salmi

$$R3 = \text{eleves_sup} \cap \text{eleves_spe}$$

La relation résultat R3 est :

num	nom
2	Essafi

C. Différence :

Définition :

Opération portant sur deux relations de même schéma RELATION1 et RELATION2, consistant à construire une relation de même schéma RELATION3 ayant pour tuples ceux appartenant à RELATION1 et n'appartenant pas à RELATION2.

Notation :

$$R3 = R1 - R2$$

ou

$$R3 = \text{DIFFERENCE}(R1, R2)$$

Exemples :

Soit les relations suivantes :

R1 : Enseignants élus au CA

numero	nom_enseignant
1	DUPONT
3	DURAND
4	MARTIN
5	BERTRAND

R2 : Enseignants représentants syndicaux

numero	nom_enseignant
1	DUPONT
4	MARTIN
6	MICHEL

$$R3 = R1 - R2$$

La relation résultat R3 est :

numero	nom_enseignant
3	DURAND
5	BERTRAND

IV. Opérateurs n-aires

A. Produit cartésien :

Définition :

Opération portant sur deux relation RELATION1 et RELATION2, consistant à construire une relation RELATION3 ayant pour schéma la concaténation de ceux des relations opérandes et pour tuples toutes les combinaisons des tuples des relations opérandes.

Notation :

$$R3 = R1 \times R2$$

ou

$$R3 = \text{PRODUIT}(R1 \times R2)$$

Exemples :

num_etudiant	nom
101	DUPONT
102	MARTIN

libelle_epreuve	coefficient
Informatique	2
Mathématiques	3
Gestion financière	5

Examen = PRODUIT (Etudiants, Epreuves)

num_etudiant	nom	libelle_epreuve	coefficient
101	DUPONT	Informatique	2
101	DUPONT	Mathématiques	3
101	DUPONT	Gestion financière	5
102	MARTIN	Informatique	2
102	MARTIN	Mathématiques	3
102	MARTIN	Gestion financière	5

B. Jointure :

La **jointure** est une des opérations essentielles de l'algèbre relationnelle, sans doute la plus difficile à réaliser dans les systèmes. La jointure permet de composer deux relations à l'aide d'un critère de jointure. Elle peut être vue comme une extension du produit cartésien avec une condition permettant de comparer des attributs.

Définition :

Opération consistant à rapprocher selon une condition les tuples de deux relations RELATION1 et RELATION2 afin de former une troisième relation RELATION3 qui contient l'ensemble de tous les tuples obtenus en concaténant un tuple de RELATION1 et un tuple de RELATION2 vérifiant la condition de rapprochement.

Notations :

$$R3 = R1 \bowtie_{\text{condition}} R2$$

Exemples :

Professeur

Nom	Prénom	NumMat
AA	AA	1
BB	AA	2
CC	CC	1
DD	DD	3
EE	EE	4

Matière

Num	Designation
1	Informatique
2	Mathématique
3	Physique

$$R = \text{Professeur} \bowtie_{\text{NumMat} = \text{Num}} \text{Matière}$$

R

Nom	Prénom	NumMat	Num	Designation
AA	AA	1	1	Informatique
BB	BB	2	2	Mathématique
CC	CC	1	1	Informatique
DD	DD	3	3	Physique

Remarque :

Jointure naturelle : Opération consistant à rapprocher les tuples de deux relations RELATION1 et RELATION2 afin de former une troisième relation RELATION3 dont les attributs sont l'union des attributs de RELATION1 et RELATION2, et dont les tuples sont obtenus en composant un tuple de RELATION1 et un tuple de RELATION2 ayant mêmes valeurs pour les attributs de même nom.

$$R3 = R1 \bowtie R2$$

Famille

Nom	Prénom	Age
Fourt	Lisa	6
Juny	Carole	40
Fidus	Laure	20
Choupy	Emna	6

Cadeau

Age	Article	Prix
40	Livre	45
6	Poupée	25
20	Montre	87

R = Famille  Cadeau

R

Nom	Prénom	Age	Article	Prix
Fourt	Lisa	6	Poupée	25
Juny	Carole	40	Livre	45
Fidus	Laure	20	Montre	87
Choupy	Emna	6	Poupée	25

C. Division cartésienne :

Définition :

La division est une opération portant sur deux relations R1 et R2, telles que le schéma de R2 est strictement inclus dans celui de R1, qui génère une troisième relation regroupant toutes les parties d'occurrences de la relation R1 qui sont associées à toutes les occurrences de la relation R2.

Notation :

$R3 = \text{DIVISION}(R1, R2)$

ou

$R3 = R1 \div R2$

Exemples :

professeurs

Professeur	Matiere	Langue
P1	M1	FR
P2	M1	EN
P3	M2	FR
P1	M1	EN
P1	M2	FR

qualités

Matière	Langue
M1	FR
M1	EN

R = professeurs ÷ qualités

R

Professeur
P1

V. Fonctions d'agrégation

En algèbre relationnel on a la possibilité d'effectuer des calculs sur les attributs ce calcul peut être effectué en ligne par des expressions arithmétiques sur les attributs ou en colonne par les fonctions agrégatives.

Expressions de calcul :

ventes

client	produit	prix	quantité
Ali	PC	3000	2
Ahmed	Clavier	50	10
Rachid	Souris	20	50

R = PROJECTION(ventes, client, produit, prix * quantité)

ou

R = Π client, produit, prix * quantité (ventes)

Le résultat est :

R

client	produit	prix*quantité
Ali	PC	6000
Ahmed	Clavier	500
Rachid	Souris	1000

Fonctions agrégatives :

Les expressions de calcul permettent d'effectuer des opérations de calcul en ligne, sur des attributs de relations. En pratique, il est nécessaire d'effectuer des opérations de calcul en colonnes, sur des tuples de relations, cela par exemple afin de sommer des dépenses, etc. Le concept d'**agrégat** permet de telles opérations.

Définition : Agrégat

Partitionnement horizontal d'une relation en fonction des valeurs d'un groupe d'attributs, suivi d'un regroupement par application d'une fonction de calcul sur ensemble.

Notation :

R = AGREGAT (RELATION ; ATTRIBUT1 ; FONCTION{ATTRIBUT2})

Exemple :

Soit la relation « notes » suivante :

Classe	Élève	Note
MPSI	Meyer	17,5
PCSI	Martin	7,75
MPSI	Bernard	9,25
PCSI	Robert	14,0
PCSI	Dubois	11,5

R1 = AGREGAT (notes ; classe ; MOYENNE{Note})

Cet expression sert à regrouper les élèves d'une même classe (ce groupe de valeurs est appelé un *agrégat*) et à effectuer une opération sur chacun des agrégats. Ici par exemple, on pourrait calculer la moyenne sur chaque classe, ce qui produit la relation suivante :

Le résultat R1 est :

Classe	MOYENNE(Note)
MPSI	13.38
PCSI	11.08

R2 = AGREGAT (notes ; MAXIMUM{Note})

Le résultat R2 est :

MAXIMUM (Note)
17,5

R2 = AGREGAT (notes ; COMPTE{Note})

Le résultat R2 est :

COMPTE (Note)
5

Les fonctions de calcul sur ensemble les plus souvent proposées sont :

- SOMME (SUM) permettant de calculer la somme des éléments d'un ensemble ;
- MOYENNE (AVG) permettant de calculer la moyenne des éléments d'un ensemble ;
- MINIMUM (MIN) permettant de sélectionner l'élément minimum d'un ensemble ;
- MAXIMUM (MAX) permettant de sélectionner l'élément maximum d'un ensemble ;
- COMPTE (COUNT) permettant de compter les éléments d'un ensemble.